LÍMITES

Lo primero, sustituir la variable por el valor al que tiende.

Si queda una indeterminación, aplicar:

Indeterminación	Método	Ejemplo
$\frac{k}{0}$	Se hacen los límites laterales para ver el signo y poder decir si va a $+\infty$ ó a $-\infty$.	$\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x-2}=\frac{3}{0}\Rightarrow\begin{cases}\lim_{x\to 2^+}\frac{x+1}{x-2}=\frac{3}{0^+}=+\infty\\ \lim_{x\to 2^-}\frac{x+1}{x-2}=\frac{3}{0^-}=-\infty\end{cases}\Rightarrow \nexists \lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x-2}$ Para que se haya límite, deben existir los límites laterales y coincidir.
$\frac{\infty}{\infty}$	Fijarnos en el mayor grado del infinito: $\lim_{x\to\infty}\frac{a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0}{b_m x^m+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots+b_1x+b_0}=\begin{cases}signo\left(\frac{a_n}{b_m}\right)\cdot\infty, \text{ si } n>m\\ \frac{a_n}{b_m}, \text{ si } n=m\\ 0, \text{ si } n<m\end{cases}$ También, se puede dividir numerador y denominador entre $x^{mayor\ exponente}$.	$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x+1}{4x^3-x+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{4x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{3}{4x}=\frac{3}{\infty}=0$ Otra forma: $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x+1}{4x^3-x+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2-2x+1}{x^3}}{\frac{4x^3-x+4}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{4-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x^3}}=\frac{0}{4}=0$
$\frac{0}{0}$	Factorizar ya que numerador y denominador tienen como raíz común el valor al que tiende la variable y simplificar el factor que tienen en común.	$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\cdot(x-1)}{\cancel{(x-2)}\cdot(x+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-1}{x+2}=\frac{1}{4}$
$0\cdot\infty$	Expresarlo como $\frac{\infty}{\infty}$ ó $\frac{0}{0}$ y aplicar el método correspondiente.	$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{2x-3}\cdot\frac{x-1}{3x^2-x+2}=\infty\cdot 0=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+\ldots}{6x^3+\ldots}=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^3}}{6\cancel{x^3}}=\frac{1}{6}$

$\infty - \infty$	<u>Con fracciones</u>: hacer la resta aplicando el mínimo común múltiplo. <u>Con radicales</u>: multiplicar numerador y denominador por el conjugado. (Este método se aplica en cualquier indeterminación que tenga raíces cuadradas, de forma que se eliminen y se pueda aplicar el método que corresponda a esa indeterminación).	$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+1}{x^2}-\frac{x^2}{x+3}\right)=\infty-\infty=\lim_{x\to\infty}\frac{(x^3+1)\cdot(x+3)-x^4}{x^2\cdot(x+3)}=$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^4}+3x^3+\ldots-\cancel{x^4}}{x^3}=\frac{\infty}{\infty}=3$ $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\infty-\infty=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}=$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-(x)^2}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^2}+1-\cancel{x^2}}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}=\frac{1}{\infty}=0$
1^∞	Teniendo en cuenta que $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$, se aplica la fórmula: $e^{\lim[(\text{base}-1)\cdot\text{exponente}]}$	$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-5}{3x-2}\right)^{2x^2}=1^\infty=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-5}{3x-2}-1\right)\cdot 2x^2}=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-5-3x+2}{3x-2}\right)\cdot 2x^2}=$ $=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-3}{3x-2}\right)\cdot 2x^2}=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-6x^2}{3x-2}\right)}=e^{-\infty}=\frac{1}{e^\infty}=\frac{1}{\infty}=0$

Recuerda que:

$$k^\infty=\begin{cases}\infty, \text{ si } k>1\\ 1, \text{ si } k=1\\ 0, \text{ si } 0<k<1\end{cases}$$

$$\infty+\infty=\infty\cdot\infty=\infty^\infty=\infty$$

$$k^{-\infty}=\frac{1}{k^\infty}$$

$$\frac{k}{\infty}=0$$

$$\frac{0}{k}=0$$

k indica un número